U.F.I.De.T. Salta

Unidad de Formación, Investigación y
Desarrollo Tecnológico de Salta
I.E.S. N º 6036

CURSO DE APOYO Y NIVELACIÓN EN MATEMÁTICA

Cartilla del curso de ingreso a las carreras: Tecnicatura Superior en Mecatrónica con Orientación en Autotrónica. Tecnicatura Superior en Mantenimiento de Instalaciones de Salud con Orientación en Biomedicina

| 2011 |

CURSO DE APOYO Y NIVELACIÓN EN MATEMÁTICA
Año 2011

Para el ingreso a las carreras: Tecnicatura Superior en Mecatrónica con Orientación en Autotrónica. Tecnicatura Superior en Mantenimiento de Instalaciones de Salud con Orientación en Biomedicina
Dependencia: Unidad de Formación, Investigación y Desarrollo Tecnológico Salta. Ministerio de Educación Provincia de Salta
.

Autores

Ing. Breslin, Roberto
Lic. Molina Castillo, Víctor
Ing. Esp. Jojot, Blanca Noemí
Lic. Sorrentino, Claudio

Revisión y compaginación

Ing. Esp. Blanca Noemí Jojot

Colaboradores Operativos

Prof. Amador, Ignacio
Ing. Arévalo Ramia, Gabriel
Ing. Arredes, Javier
Prof. Pérez, Martín

PRESENTACIÓN

La Unidad de Formación, Investigación y Desarrollo Tecnológico fue creada el 31 de Marzo de 2006, estableciendo como uno de los principales objetivos institucionales el "atender la demanda actual de capacitación y formación de recursos humanos del sector productivo regional".

En consonancia con los objetivos institucionales establecidos en el Decreto de creación, ha dictado el "Curso de Nivelación en Matemática para ingresantes a las Tecnicaturas en Mecatrónica con orientación en Autotrónica y en Mantenimiento de Equipamiento de Salud con Orientación en Biomedicina", durante los últimos cinco años.

En el marco de proyectos innovadores que ha diseñado e implementado nuestra Institución, ha sido pionera en experimentar el empleo de las TICS en el proceso enseñanza- aprendizaje, utilizando el sistema telepresencial para el dictado del Curso de Ingreso 2010. El mismo tiene como objetivo garantizar el derecho de la sociedad de ser educada en igualdad de condiciones, contenidos y calidad, sin verse limitado por las distancias y costes, permitiendo que la educación no esté solo disponible para las grandes capitales o grupos sociales. (Arredes, Javier.2010).

La U.F.IDe.T Salta ha puesto en marcha una nueva propuesta para el Curso de Ingreso 2011. Esta propuesta pedagógica tiene por objetivos:

a) Proporcionar los contenidos necesarios para que a modo de operador previo, se establezca un puente entre lo que el estudiante ya sabe y lo que necesita conocer para asimilar significativamente nuevos conocimientos.

b) Integrar los saberes previos que los estudiantes construyeron sobre Matemática en el nivel educativo anterior.

Los materiales que integran el presente trabajo fueron elaborados y revisados por los docentes afectados al dictado del Curso de Ingreso, quienes los enriquecieron con aportes personales. Deseamos que los mismos sean de utilidad para nuestros ingresantes.

PROGRAMA ANALITICO

UNIDAD I - SISTEMAS NUMÉRICOS

Contenidos

Números naturales, enteros y racionales. Expresiones decimales. Tanto por ciento. Operaciones con números racionales. Potenciación. Propiedades. Notación científica. Empleo de fórmulas en casos prácticos. El Teorema de Pitágoras. Medidas de longitud, superficie, volumen, peso y ángulos. Múltiplos y submúltiplos de las unidades de medida.

UNIDAD II- EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Contenidos

Notación algebraica. Concepto de término y miembro de una igualdad. Transposición de términos. Despeje de una variable de la fórmula. Ecuaciones enteras con una incógnita. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos de eliminación.

UNIDAD III- RAZONES Y PROPORCIONES- FUNCIONES LINEALES

Contenidos

Concepto de razón. Razones Trigonométricas. Concepto de proporción. Magnitudes directamente proporcionales. Ley de Hooke. Ley de Ohm. Magnitudes inversamente proporcionales. Regla de tres simple. Regla de tres compuesta. Función lineal: Definición. Concepto de pendiente y de ordenada al origen. Ecuación de punto-pendiente. Representación gráfica.

UNIDAD I - SISTEMAS NUMÉRICOS

Los números son necesarios para resolver problemas de la vida cotidiana. Por ejemplo, los utilizamos para contar una determinada cantidad de elementos (existen cinco vocales, siete son los días de la semana, etc.), para establecer un orden entre ciertas cosas (el primer mes del año, etc.), para establecer medidas (1 litro, 2 pulgadas, 30º, etc.), etc.

1. NÚMEROS NATURALES, ENTEROS Y RACIONALES

Recordemos que el conjunto de los **números naturales**, está compuesto por:

N = {1, 2, 3, 4,….}

Como estos números están ordenados, es posible representarlos sobre una recta de la siguiente manera:

N es un subconjunto de los **números enteros**:

Z = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,….}

A su vez, ***Z*** es un subconjunto de los **números racionales**:

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \;\middle|\; p, q \in Z, q \neq 0 \right\}$$

El conjunto ***Q*** está formado por todos los cocientes de dos enteros, siempre que el denominador sea distinto de cero; por ejemplo:

1/2, 8/2, 4/8, 3/8, 9/16

2. EXPRESIONES DECIMALES

Para hallar la expresión decimal de una fracción, se divide el numerador por el denominador. Si el resto de la división en algún paso es cero, la expresión decimal es finita.

Por ejemplo, para hallar la expresión decimal correspondiente a la fracción 3/4 hacemos la división entre 3 y 4. En este caso la división da resto cero. 3/4 = 0.75.

Si el resto no se hace cero y una o algunas cifras se repiten indefinidamente después de la coma, la expresión decimal es periódica. Por ejemplo; $\frac{1}{3}$ = 0,333……es número periódico.

3. TANTO POR CIENTO

El **tanto por ciento** significa cuántos de cada **100**, y se indica: %.

Por ejemplo: De 30 estudiantes que rindieron, 18 aprobaron un examen. ¿Qué porcentaje de los alumnos fue aplazado?

Se realiza la división entre 18 y 30 = 0,60 = 60% (porcentaje de aprobados). Por lo tanto el porcentaje de aplazados es el 40%.

Podemos interpretar este valor diciendo que de 100 alumnos 40 resultarían aplazados.

4. OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

a) Suma de fracciones con el mismo denominador

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

b) Resta de fracciones con el mismo denominador

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

c) Suma de fracciones con distinto denominador

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$$

d) Resta de fracciones con distinto denominador

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$$

e) Multiplicación de fracciones

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

f) División de fracciones

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

5. POTENCIACIÓN[1]

Definición	Ejemplo
a^n = a.a a…..(n factores de a)	**$5\cdot5\cdot5\cdot5=5^4$**

[1] Fuente: http://www.vitutor.com/di/r/ejercicios_fracciones.html

5.1. Propiedades de la potencias con exponente natural

Propiedad	Significado	Ejemplo
$a^0 = 1$	Todo número elevado a la **cero** es **igual a la unidad.**	$2^0 = 1$
$a^1 = a$	Todo número elevado a la **unidad** es **igual a sí mismo**.	$(1/2)^1 = (1/2)$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	**Producto de potencias con la misma base**: Es otra **potencia** con **la misma base** y cuyo **exponente** es la **suma de los exponentes**.	$2^5 \cdot 2^2 = 2^{5+2} = 2^7$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	**División de potencias con la misma base**: Es otra **potencia** con la **misma base** y cuyo **exponente** es la **diferencia de los exponentes**.	$(-2)^5 : (-2)^2 = (-2)^{5-2} = (-2)^3$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	**Potencia de una potencia**: Es otra **potencia** con la **misma base** y cuyo exponente es el **producto de los exponentes**.	$(2^5)^3 = 2^{15}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	**Producto de potencias con el mismo exponente**: Es otra **potencia** con el **mismo exponente** y cuya **base** es el **producto de las bases**.	$2^3 \cdot 4^3 = 8^3$
$a^n : b^n = (a : b)^n$	**Cociente de potencias con el mismo exponente**: Es otra **potencia** con el **mismo exponente** y cuya **base** es el **cociente de las bases**.	$6^3 : 3^3 = 2^3$

5.2. Potencias de exponente natural de un número entero

La **potencia de exponente natural de un número entero** es otro **número entero**, cuyo valor **absoluto es el valor absoluto de la potencia** y cuyo **signo** es el que se deduce de la aplicación de las siguientes **reglas**:

Exponente	Significado	Signo de la potencia
Par	**Las potencias de exponente par son siempre positivas.**	$(+)^{par} = +$ $(-)^{par} = +$
Impar	**Las potencias de exponente impar tienen el mismo signo de la base.**	$(+)^{impar} = +$ $(-)^{impar} = -$

5.3. Potencias de fracciones

Propiedad	Significado	Ejemplo
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	Para elevar una **fracción** a una **potencia** se eleva tanto el **numerador** como el **denominador** al **exponente**.	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	**Para elevar una** fracción **a una** potencia de exponente negativo, se invierte la fracción y se eleva tanto el **numerador** como el **denominador** al **exponente positivo.**	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

6. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Surgió ante la necesidad de expresar magnitudes extremadamente grandes o pequeñas, como por ejemplo la distancia de la tierra al sol o el tamaño de un átomo. La manera de expresar una cantidad es:
- Se deja sólo una cifra entera (de 1 a 9) antes de la coma decimal y seguidamente se colocan las demás cifras (si las tiene) multiplicadas por la potencia de 10 correspondiente**.**

Ejemplo**.** Representa en notación científica las siguientes cantidades:

93.000.000 = 9,3 x 10 ^{7}
0,000.648 = 6,48x 10 $^{-4}$

TRABAJO PRÁCTICO N ° 1
SISTEMAS NUMÉRICOS

Competencias

Al final de este trabajo práctico el estudiante deberá demostrar que:

- Selecciona y aplica con destreza cálculos con racionales.
- Expresa números decimales en notación científica y viceversa.

Ejercicio 1: Efectúa las siguientes operaciones

a) $1+\frac{2}{3}=$ b) $\frac{3}{7}+8=$ c) $\frac{2}{9}+3=$

d) $\frac{2}{3}+\frac{3}{6}+\frac{1}{1}=$ e) $\frac{4}{5}+\frac{1}{25}=$ f) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=$

g) $3+\frac{1}{5}+7=$ h) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$ i) $3+\frac{-1}{2}+\frac{-3}{4}+\frac{-5}{8}=$

Ejercicio 2: Expresa las fracciones como:

a) Mitades

I. 2/4 = II. 4/8 = III. 16/8 =

b) Octavos:

I. 1/2 = II. ¼ = III. 3/4 =

Ejercicio 3: Completa la siguiente tabla

Expresión decimal	Expresión fraccionaria	%
	½	
		25
0,75		

Ejercicio 4: Calcula las siguientes potencias

1. $(2)^2 =$
2. $(-2)^2 =$
3. $(2)^3 =$
4. $2^{-2} =$
5. $2^{-1} =$
6. $(-8\,)^2 =$
7. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$
8. $\left(\frac{-3}{2}\right)^2 =$
9. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$
10. $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-1} =$
11. $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} =$
12. $\left(\frac{-2}{5}\right)^{-2} =$
13. $(4)^{1/2} =$
14. $(4)^{1/2} =$
15. $(36)^{1/2} =$
16. $(27)^{1/3} =$
17. $(64)^{1/3} =$
18. $(125)^{1/3} =$

Ejercicio 5:

a) Expresa el número en notación científica:

I. 4 .230. 000 II. 0,00000004 III. 84 300 IV. 84,30

b) Expresa el número en forma decimal:

I. $8{,}3.10^{5}$ II. $8{,}3.10\text{-}^{5}$ III. $-\,4.\ 10^{4}$ IV. $4.\ 10^{-4}$

Ejercicio 6: Efectúa y expresa el resultado en notación científica, sin utilizar la calculadora:

a) $(3 \bullet 10^{-7}) \bullet (8 \bullet 10^{18})$

b) $(4 \bullet 10^{-12}) \bullet (5 \bullet 10^{-3})$

c) $(4 \bullet 10^{12}) \bullet (5 \bullet 10^{3})$

d) $(4 \bullet 10^{5})^{-2}$

RB/BNJ/2011

APLICACIONES DE LOS SISTEMAS NUMÉRICOS EN CASOS PRÁCTICOS

CANTIDADES FÍSICAS

Las cantidades físicas son las cualidades medibles de los cuerpos. Ellas son: volumen, masa, peso, longitud, temperatura etc.
Existen varios sistemas de unidades, de los cuales el más utilizado actualmente es el sistema internacional (SI) o métrico, abreviado MKS (metro-kilogramo-segundo). Otros sistemas son el sexagesimal (CGS) y el inglés.

MEDIDA DE LONGITUD[2]

En el Sistema Métrico Legal Argentino la unidad de medida de longitud es el metro. Esta unidad se complementa con:

Submúltiplos o divisores: dm (decímetro) – cm (centímetro)- mm (milímetro) que se obtienen dividiendo el metro por potencias de 10.
Y múltiplos: Dam (decámetro) - hm (hectómetro) - km (kilómetro) que se obtienen multiplicando el metro por potencias de 10.

En la tabla se ordenan en forma decreciente las unidades de medida de longitud:

kilómetro km	hectómetro hm	decámetro dam	metro m	decímetro cm	centímetro dm	milímetro cm
1000 m	100 m	10 m	1	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Otras unidades de medida de longitud correspondientes al Sistema Inglés son la pulgada y el pie. La relación con las unidades del sistema métrico decimal es:

1pulgada = 25,4 mm = 2,54 cm
1 pie = 30,48 cm

CONVERSION DE UNIDADES

En muchas ocasiones es necesario cambiar una cantidad de un sistema de unidades a otro. Para ello se necesitan los factores de conversión o equivalencias.

De las igualdades anteriores se puede obtener las equivalencias:

$$\frac{1pu\lg}{2{,}54cm}=1;\frac{2{,}54cm}{1pu\lg}=1;\quad \frac{1pie}{30{,}48cm}=1;\frac{30{,}48cm}{1pie}=1$$

[2] Fuente: Zorzoli, Gustavo; Giuggiolini, Isabel; Mastroianni, Ana María. Manual de Competencias Básicas en Matemática aplicadas al área de la metalurgia. Primera Edición, Buenos Aires, Banco Interamericano de Desarrollo, 2005.

Ahora supongamos que se necesita convertir 5 pulgadas a centímetros. Como necesitamos convertir las unidades pulgadas a cm multiplicamos la cantidad por el factor de conversión que nos permitan cancelar las pulgadas; cancelamos unidades y realizamos las operaciones resultantes:

$$5\text{''} \times \frac{2{,}54\,cm}{1\,pulg} = 12{,}7\,cm$$

MEDIDA DE PESO

La unidad de medida de masa peso del Sistema Métrico Legal Argentino es el gramo (g).

La unidad, el gramo, se complementa con:

Submúltiplos o divisores: dg (decigramo) – cg (centigramo)- mg (miligramo), que se obtienen dividiendo el gramo por potencias de 10.
Y múltiplos: dag (decagramo) - hg (hectogramo) - kg (kilogramo), que se obtienen multiplicando el gramo por potencias de 10.

En la tabla que sigue, se ordenan las unidades de medida de peso:

kilogramo kg	hectogramo hg	decagramo dag	Gramo G	decigramo dg	centigramo cg	miligramo mg
1000 g	100 g	10 g	1	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Para expresar esta cantidad en miligramos, debemos correr la coma decimal cuatro lugares hacia la derecha agregando ceros si fuera necesario. Es decir: 154,45 dag = 1.544.500 mg.

En cambio, para expresarla en kilogramos corremos la coma dos lugares hacia la izquierda. Es decir: 154,45 dag = 1,5445 kg.

MEDIDA DE SUPERFICIE
La unidad de superficie del Sistema Métrico Legal Argentino es el metro cuadrado (m^2).

Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado de un metro de lado. Las unidades de superficie aumentan o disminuyen de 100 en 100.

En la siguiente tabla se ordenan las unidades de medidas de superficie:

kilómetro cuadrado km^2	hectómetro cuadrado hm^2	decámetro cuadrado dam^2	metro cuadrado m^2	decímetro cuadrado dm^2	centímetro cuadrado cm^2	milímetro cuadrado mm^2
1000000 m^2	10000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

Ejemplo: 2,56 m^2 es igual a 2 m^2 + 56 dm^2. Si quisiéramos expresar esta cantidad en centímetros cuadrados, corremos la coma decimal cuatro lugares hacia la derecha, agregando ceros si fuera necesario. Es decir: 2,56 m^2 = 25600 cm^2.

MEDIDA DE VOLUMEN
La unidad de volumen del Sistema Métrico Legal Argentino es el metro cúbico (m^3). Las unidades de volumen aumentan o disminuyen de 1000 en 1000.

En la tabla siguiente, se ordenan las unidades de medidas de volumen:

kilómetro cúbico km^3	hectómetro cúbico hm^3	decámetro cúbico dam^3	metro cúbico	decímetro cúbico dm^3	centímetro cúbico cm^3	milímetro cúbico mm^3
1000000000 m^3	1000000 m^3	1000 m^3	1	0,001 m^2 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3

Ejemplo: 122,88 dm^3 es igual a 122 dm^3 + 880 cm^3.Si quisiéramos expresar esta cantidad en centímetros cúbicos, debemos correr la coma decimal tres lugares hacia la derecha, agregando ceros si fuera necesario. Es decir: 122,88 dm^3 = 122.880 cm^3.

DIMENSIONES DE UNA CANTIDAD FÍSICA.

Son el conjunto de operaciones que se deben efectuar entre las cantidades físicas fundamentales para expresar esa cantidad.

Ejemplo 1. Para calcular el área (A) del triángulo, basta multiplicar la base (c) por la altura (b) y dividirla por dos:

$$A = \frac{b.c}{2}$$

Ejemplo 2. En todo triángulo la hipotenusa (a**)** es igual a la suma del cuadrado de un cateto (**b)** más la suma del cuadrado del otro cateto (c**)**: $a^2 = b^2 + c^2$

TRABAJO PRÁCTICO N ° 2
APLICACIONES DE LOS SISTEMAS NUMÉRICOS

Competencias
Al final de este trabajo práctico el estudiante deberá demostrar que:

- Aplica el concepto de notación científica y porcentaje en la resolución de problemas.
- Emplea fórmulas en casos prácticos.
- Usa múltiplos y submúltiplos para realizar la conversión de distintas unidades.
- Aplica propiedades de los distintos sistemas numéricos para resolver la situación problemática que se plantee.

Ejercicio 1: Expresa el número en notación científica:
a) Toneladas de CO2 que se emitieron a la atmósfera en 1995 en Estados Unidos: 5 228,5 miles de millones.
b) Radio del átomo de oxígeno: 0,000000000066 m

Ejercicio 2: En el control de calidad de un lote de 36 piezas, la cuarta parte se desecha por fallas.
a) ¿Cuántas piezas fueron desechadas?
b) ¿Qué porcentaje de piezas pasó la prueba favorablemente?

Ejercicio 3: Para un sistema formado por: 10 g de talco, 40 g de arena y 20 g de azufre
a. Calcula la masa total del sistema
b. Calcula qué porcentaje de la masa total representa cada componente.

Ejercicio 4:.Calcula el área de la sección transversal de una pieza de metal cuyo diámetro es de 10”.

Ejercicio 5: Un tanque de combustible tiene las siguientes dimensiones: 255 mm x 192,5 mm en su base y 170 mm de altura. ¿Cuántos litros de combustible llenan el tanque? $(V = a.b.c)$

Ejercicio 6: La hipotenusa del triángulo rectángulo mide 13 cm y uno de los catetos 5 cm. Usa el Teorema de Pitágoras para hallar la medida del otro cateto.

$$(a^2 - b^2 = c^2)$$

Ejercicio 7: El diámetro de la base de un tanque de forma cilíndrica mide 17 dm y la altura 26 dm. ¿Cuál es su capacidad? ¿Y cuál es el volumen del agua que llena el tanque?

$$(V = \frac{\pi D^2 h}{4})$$

Ejercicio 8: Tu sabes que: 1 m = 39.37 pulgadas y que 1 pulgada = 2,54 cm. Utilizando estos datos completa la siguiente tabla:

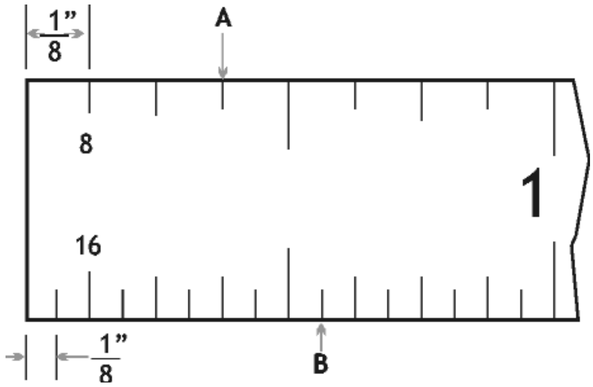
Pulgadas (")	Dm	cm	Mm
	1		
			50,8
		25,4	
1/2			

Ejercicio 12: Un lote mezclado de llaves, contiene algunos de las siguientes medidas:

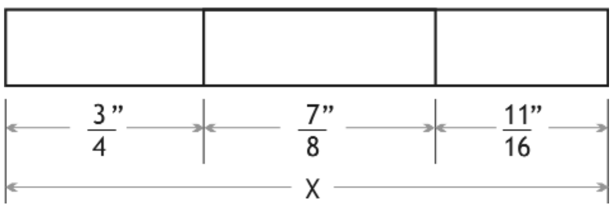
1", 3/8", 1/4", 5/16", 1/2", 9/16", 3/4" y 7/8".

a) Ordena las medidas dadas de menor a mayor.
b) Expresa dichas medidas en mm.

Ejercicio 13: La regla de acero se usa tanto para medir y fijar longitudes como para el trazado de líneas rectas. Determina a qué valor corresponden los puntos indicados con las letras A y B de figura siguiente figura:



Ejercicio 14: Determina la longitud mínima del metal en lámina que se necesita para realizar el siguiente producto:



Ejercicio 15: Teniendo en cuenta relación que existe entre las unidades del sistema métrico decimal y el sistema inglés, responde:

a) ¿Cuántas pulgadas hay en 27 milímetros?
b) ¿Cuántos milímetros hay en 2 pulgadas?

UNIDAD II- EXPRESIONES ALGEBRAICAS

EXPRESIONES ALGEBRAICAS[3]

Una **expresión algebraica** es una combinación de letras y números ligada por los signos de las operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

Métodos para factorizar una expresión algebraica

Factor común

Consiste en aplicar la propiedad distributiva.

$$\mathbf{a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d = a\,(b + c + d)}$$

Igualdad

Una **igualdad** se compone de dos expresiones unidas por el signo igual.

$2x + 3 = 5x - 2$

Identidad

Una identidad es una igualdad que es cierta para cualquier valor de las letras.

$2x + 2 = 2 \cdot (x + 1)$ $\quad$ $2x + 2 = 2x + 2$ $\quad$ $2 = 2$

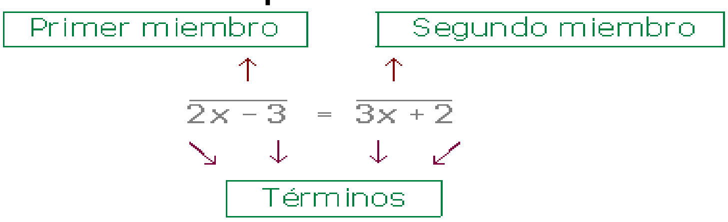
Ecuación

Una ecuación es una igualdad que se cumple para algunos valores de las letras.

$x + 1 = 2$ $\quad$ $x = 1$

Los **miembros** de una ecuación son **cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.**

Los **términos son los sumandos que forman los miembros.**



Las incógnitas son las letras que aparecen en la ecuación.

Las soluciones **son los** valores que deben tomar las letras para que la igualdad sea cierta.

$2x - 3 = 3x + 2$ $\quad$ $x = -5$

$2 \cdot (-5) - 3 = 3 \cdot (-5) + 2$

$-10 - 3 = -15 + 2$ $\quad$ $-13 = -13$

[3] Fuente: http://www.vitutor.com/ecuaciones/1/ecua_Contenidos.html

El grado **de una ecuación es el** mayor de los grados de los monomios que forman sus miembros.

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO **CON UNA INCÓGNITA**

En general para resolver una ecuación de primer grado **debemos seguir los siguientes** pasos**:**

1º Quitar paréntesis.
2º Quitar denominadores.
3º Agrupar los términos en *x* en un miembro y los términos independientes en el otro.
4º Reducir los términos semejantes.
5º Despejar la incógnita.

$2x = 6$

Despejamos la incógnita:

$x = \frac{6}{2}$ $\quad x = 3$

$2x - 3 = 6 + x$

Agrupamos los términos semejantes y los independientes, y sumamos:

$2x - x = 6 + 3$ $\quad x = 9$

$2(2x - 3) = 6 + x$

Quitamos paréntesis:

$4x - 6 = 6 + x$

Agrupamos términos y sumamos:

$4x - x = 6 + 6$ $\quad 3x = 12$

Despejamos la incógnita:

$x = \frac{12}{3}$ $\quad x = 4$

SISTEMAS DE ECUACIONES

Dos ecuaciones con dos incógnitas forman un sistema, cuando lo que pretendemos de ellas es encontrar su solución común.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

La solución de un sistema es un par de números x1, y1, tales que reemplazando x por x1 e y por y1, se satisfacen a la vez ambas ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

x = 2, y = 3

$$\begin{cases} 3\cdot 2 - 4\cdot 3 = -6 \\ 2\cdot 2 + 4\cdot 3 = 16 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6 - 12 = -6 \\ 4 + 12 = 16 \end{cases} \qquad \begin{matrix} -6 = -6 \\ 16 = 16 \end{matrix}$$

Ejemplo: Resuelve por sustitución, igualación, reducción y gráficamente el siguiente sistema.

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

Por sustitución:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$3x = -4y \qquad x = \frac{-4y}{3}$$

$$2\cdot\left(-\frac{4y}{3}\right) + 3y = -1 \qquad \frac{-8y}{3} + 3y = -1 \qquad -8y + 9y = -3 \qquad y = -3$$

$$x = \frac{-4\cdot(-3)}{3} \qquad x = 4$$

Por igualación:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$3x = -4y \qquad x = \frac{-4y}{3}$$

$$2x = -1 - 3y \qquad x = \frac{-1 - 3y}{2}$$

$$\frac{-1 - 3y}{2} = \frac{-4y}{3}$$

$$3(-1 - 3y) = 2(-4y) \qquad -3 - 9y = -8y \qquad y = -3$$

$$x = \frac{-4\cdot(-3)}{3} \qquad x = 4$$

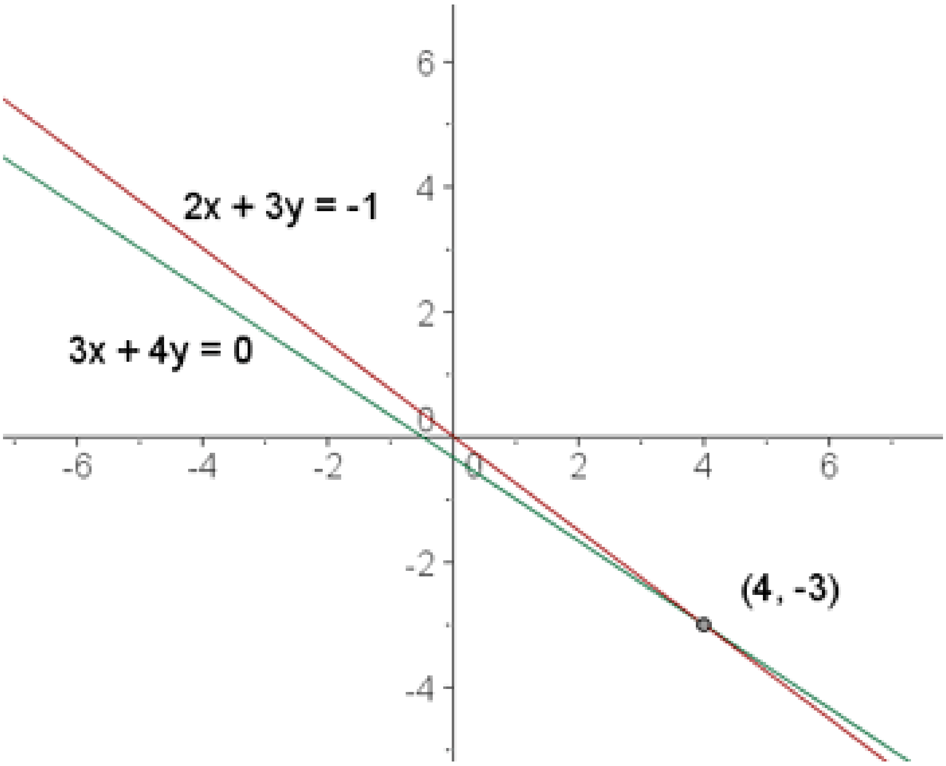
Por reducción:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{x\,3} \\ \xrightarrow{x\,(-2)} \end{array} \quad \begin{cases} 6x + 9y = -3 \\ -6x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$y = -3$$

$2x + 3(-3) = -1 \qquad 2x - 9 = -1 \qquad 2x = 8 \qquad x = 4$

Gráficamente:



TRABAJO PRÁCTICO NÚMERO 3
EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Competencias

Con el desarrollo de las actividades descritas en esta secuencia se pretende que los estudiantes sean capaces de:

- Realizar el despeje de variables, el factoreo de expresiones algebraicas utilizando los casos de factor común y factor común por grupos.

- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

- Traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa y resolver problemas de la vida real o cotidiana.

- Resolver sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas analítica y gráficamente.

Ejercicio 1: Dadas las siguientes expresiones algebraicas, despeja cada una de las incógnitas.

a.	$m+2=8$	**b.**	x-5=11	**c.**	6x=-48
d.	$\frac{x}{14}=2$	**e.**	2n=5	**f.**	$\frac{1}{6}y=6$
g.	x+8=13	**h.**	y+11=1	**i.**	m+8=-19
j.	$\alpha-2=2$	**k.**	-5+x=-9	**l.**	5=x+12
m.	-3=x+17	**n.**	7x-3=2	**o.**	24-5x+8=-$\frac{3}{4}$
p.	-25-x=-3	**q.**	$-\frac{5}{8}u=12$	**r.**	34x+5-12+7=-31
s.	(-3x)-(-4)=12	**t.**	-3+9=x	**u.**	8+(4-x)=0
v.	9-(1-x)=15	**w.**	-2+5=x-9	**x.**	$\frac{y}{5}=10$
y.	$\frac{4}{7}=\frac{5}{k}$	**z.**	$\frac{3}{24}=\frac{5h}{8}$		

Ejercicio 2: Extrae el factor común de:

a) 8a - 4b + 16c + 12d
b) 7x2 + 11x3 - 4x5 + 3x4 - x8
c) 9x3 - 6x2 + 12x5 - 18x7
d) 4/3 x - 8/9 x3 + 16/15 x7 - 2/3 x5
e) 9x2ab - 3xa2b3 + x2az
f) 36x4 - 48x6 - 72x3 + 60x5
g) 8a - 4b + 16c + 12d
h) $125.a4.b5.c5 - 45.a5.b^3.c4.x^3 + 5.a^3.b^2.c4 - 300.a4.b^2.c8.x - 10.a^3.b^2.c5$
i) $3.a^2.x^3.y + 4.a5.x^2.y^3 - 6.a4.x6 - 10.a.x4$
j) $3.m6.p4.q^2 - 9.m5.p^2.q.x + 3.m7.p^3.q.x + 3.m4.p^2.q - 6.m5.p4.q.x^2.y$
k) 17ax – 17mx + 3ay - 3my + 7az – 7mz
l) 2.a.x + 2.b.x + 5.a - a.y - b.y + 5.b
m) $a^2.y + a.b^2 - a.x.y - b^2.x$
n) $10.a.m^2.x.z - 15.b.m^2.x.z + 10.a.x - 15.b.x - 8.a.m^2.y.z + 12.b.m^2.y.z - 8.a.y + 12.b.y$

Ejercicio 3: Despeja h en cada una de las siguientes fórmulas geométricas

a) Área de un triángulo: $A = \frac{bh}{2}$
b) Área total de un cilindro: $A = 2\pi(r+h)$
c) Volumen de un cilindro: $V = \pi r^2 h$

Ejercicio 4: Despeja las variables indicadas en las siguientes fórmulas físicas:

a) **"R"** en: $I = \frac{V}{R}$
b) **"a"** en: $\mathbf{x} = \mathbf{v}_o\mathbf{t} + \frac{1}{2}\mathbf{a}\mathbf{t}^2$
c) **"R_2"** en: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Ejercicio 5: Resuelve las siguientes ecuaciones, indicando si tienen o no solución. En el caso de que tenga solución indique si es única o infinita.

I. 5(y+6)-10=6(y+4)
II. 8-(74-w)=10w-(3w-5)
III. 6x(5-x)+9=2x(10-3x)-11
IV. 19-5(1-t)=9t+2(7-2t)
V. (3/x)-(1/5)=(1/x)+1
VI. $(5{,}75\cdot10^{-6})z=(3{,}25\cdot10^{5})$

Ejercicio 6: Utiliza ecuaciones para resolver los siguientes problemas.

I. Cual es el numero que sumado a 87 da -200
II. La suma de dos números es de -126 y uno de ellos es 54 ¿Cuál es el otro?
III. Escribir tres números enteros tales que l primero sea 82 ,la diferencia entre este y en segundo sea -40 y la diferencia entre el segundo y el tercero sea 19

Ejercicio 7: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

I. $\begin{cases} x+y=14 \\ x-y=6 \end{cases}$

II. $\begin{cases} x+y=14 \\ 2x+2y=28 \end{cases}$

III. $\begin{cases} x+y=14 \\ x+y=6 \end{cases}$

IV. $\begin{cases} -3x+3y=-1 \\ 3x+4y=0 \end{cases}$

V. $\begin{cases} 2x-3y=-14 \\ 3x+3y=39 \end{cases}$

VI. $\begin{cases} -4x+4y=30 \\ 4x+5y=-44 \end{cases}$

VII. $\begin{cases} 5x+y=8 \\ 4x-y=10 \end{cases}$

VIII. $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ -2x+2y=-1 \end{cases}$

IX. $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 4x+6y=12 \end{cases}$

X. $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$

UNIDAD III- RAZONES Y PROPORCIONES- FUNCIONES LINEALES

RAZONES, PROPORCIONES, PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA[4]

Concepto de razón

Razón o relación de dos cantidades es el resultado de comparar dichas cantidades

Definición de razón geométrica. Dado en un cierto orden dos números a y b, donde a = 0 y b = 0, se llama razón entre a y b al cociente exacto entre ellos

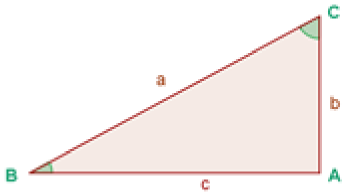
Razón: $\frac{a}{b}$

a: antecedente

b: consecuente

Ejemplo. Cuando decimos que la velocidad máxima que puede alcanzar un colectivo de larga distancia es 80 Km. por hora, esta es la razón: = 80km/h

Razones Trigonométricas[5]



Seno

$$\text{sen B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

Coseno

$$\cos B = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

Tangente

$$\text{tg B} = \frac{\text{sen B}}{\cos B} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{b}{c}$$

Cosecante

$$\text{cosec B} = \frac{1}{\text{sen B}} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{a}{b}$$

[4] Fuente: Zorzoli, Gustavo; Giuggiolini, Isabel; Mastroianni, Ana María. Manual de Competencias Básicas en Matemática aplicadas al área de la metalurgia. Primera Edición, Buenos Aires, Banco Interamericano de Desarrollo, 2005.
[5] Fuente: http://www.vitutor.net/1/16.html

Secante

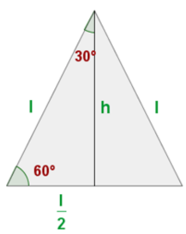
$$\sec B = \frac{1}{\cos B} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{a}{c}$$

Cotangente

$$\text{cotg } B = \frac{1}{\text{tg } B} = \frac{\cos B}{\text{sen } B} = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{c}{b}$$

Seno, coseno y tangente de 30º y 60º

Si dibujamos un triángulo equilátero ABC, cada uno de sus tres ángulos mide 60º y, si trazamos una altura del mismo, h, el ángulo del vértice A por el que la hemos trazado queda dividido en dos iguales de 30º...



Recurriendo al Teorema de Pitágoras, tenemos que h es:

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\, l$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\, l}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos 60^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \text{tg } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

Definición de proporción

Dados en un cierto orden cuatro números a, b, c y d, distintos de cero, se dice que forman una proporción cuando la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos últimos.

Se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y se lee "a es a b como c es a d"

- a y d se llaman extremos de la proporción.

- b y c se llaman medios de la proporción.

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se cumple: a*d = b* c

Ejemplo 1: Cuando queremos comparar el rendimiento de dos automóviles y decimos que el primero rinde 15 Km. con un litro y el segundo usa 6 litros para un recorrido de 90 Km., podemos plantear una proporción para saber si ambos automóviles rinden lo mismo.

Como 15x 6 = 1 x 90 = 90, podemos afirmar que el rendimiento es el mismo.

Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes, a y b, son directamente proporcionales cuando la razón entre las cantidades de una de las magnitudes (por ejemplo, a) y sus correspondientes de la otra magnitud (en el ejemplo, b) es constante.

En símbolos: $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b2} = \frac{a3}{b3} =$ .....= k; donde k es la constante de proporcionalidad.

Ejemplo 2: Si colgamos un resorte por un extremo y aplicamos un peso sobre el otro, se produce un alargamiento que se refleja en la tabla.

Peso (g)	100	200	300	400
Alargamiento (cm)	5	10	15	20

Se que al doble de x corresponde el doble de y.

Cuando podemos utilizar este tipo de expresiones:

A doble .... doble,

a triple .... triple,

etc. ....

decimos que las dos magnitudes son directamente proporcionales.

¿Cómo reconocer una proporcionalidad directa en tablas?

El cociente entre dos números correspondientes de cada serie es constante. A esta constante le llamaremos razón de proporcionalidad.

Ejemplo 3: Establecer la constante k de proporcionalidad del Ejemplo 1.

$k=\frac{100}{5} = \frac{200}{10} = \frac{300}{15} = 20$

Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes, **a** y **b**, son **inversamente proporcionales** cuando el producto entre las cantidades de la primera magnitud (a) y sus correspondientes de la segunda magnitud (b) es constante.

En símbolos: **a1 . b1 = a2 . b2 = ... = aj . bj = k**, donde **k** es la constante de proporcionalidad.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando por ejemplo si hay 8 veces más de una cosa, habrá 8 veces menos de la otra.

Ejemplo 4: Si un obrero tarda 24 horas en desmalezar un predio, 8 obreros tardarán 3 horas.

En este caso 1.24. = 3.8 = .**k**,

REGLA DE TRES SIMPLE[6]

La regla de tres es una operación que tiene por objeto hallar el cuarto término de una proporción cuando se conocen tres. La misma es simple cuando intervienen en ella solo dos magnitudes.

[6] Fuente: Baldor, Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. EDIME, ORGANIZACIÓN GRÁFICA S.A. Madrid. España.

Regla de tres directa

Ejemplo 5: Se han recorrido 560 kilómetros en 8 horas. ¿Cuántos kilómetros se recorrerán en 12 horas?

El problema se resolverá utilizando el método de las proporciones:

Supuesto…………8 horas ------> 560 Km.
Pregunta………….12 horas ------> x

Como a más horas más kilómetros, estas cantidades son directamente proporcionales y sabemos que la proporción se forma igualando las razones directas:

$$\frac{8}{12} = \frac{560}{x}$$

x = (560 x 12) / 8 = 6720 / 8 = 840 kilómetros.

Regla de tres inversa

En las cantidades inversamente proporcionales al aumentar una, disminuye la otra.

Ejemplo 6: 12 albañiles realizan una obra en 60 días. ¿Cuánto tardarán 2 albañiles en construirla? (con menos albañiles tardarán más tiempo, luego es inversa).

Para resolver el problema también se utilizará el método de las proporciones:

Supuesto…………12 albañiles ------> 60 días
Pregunta………….2 albañiles ------> x

Como a menos albañiles más días, estas cantidades son inversamente proporcionales y sabemos que la proporción se forma igualando la razón directa de las dos primeras con la razón inversa de las dos últimas o viceversa.

$$\frac{12}{2} = \frac{x}{60}$$

x = (12 x 60) / 2 = 360 días.

Concepto de función[7]

Una función es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda, llamada imagen.

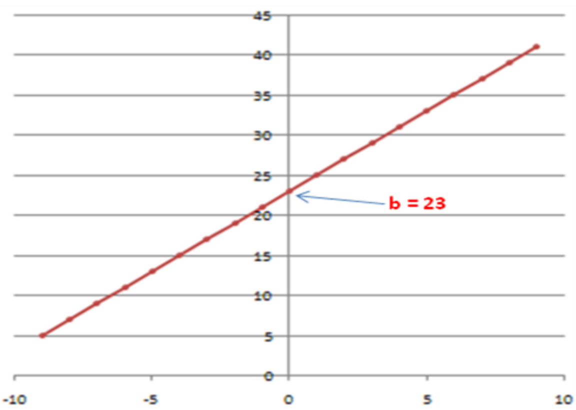
[7] Fuente: http://www.vitutor.com/

Función lineal

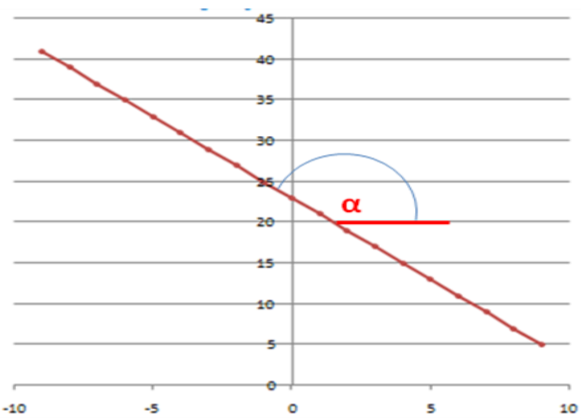
$$f : \Re \to \Re / f(x) = y = m \cdot x + b$$
$$m \in \Re, m \neq 0, b \in \Re$$

x es la variable independiente, puede tomar distintos valores
y es la variable dependiente, su valor depende del valor de x
El término m.x se denomina lineal
El término b se denomina independiente
y = mx + b

La representación gráfica de una función lineal es una recta, donde:
b es la ordenada al origen.
m indica la pendiente de la recta.
m = tg α
α es el ángulo que forma la recta con el semieje positivo x .



m > 0, α < 90º



m < 0, α > 90º

Para realizar la gráfica, recordemos que todo punto del plano viene expresado por un par ordenado (x_0, y_0)

x_0 es la primera componente (corresponde al eje de las abscisas x)
y_0 es la segunda componente (corresponde al eje de las ordenadas y)

Los ejes x e y son los ejes coordenados cartesianos ortogonales y separan al plano en cuatro cuadrantes.

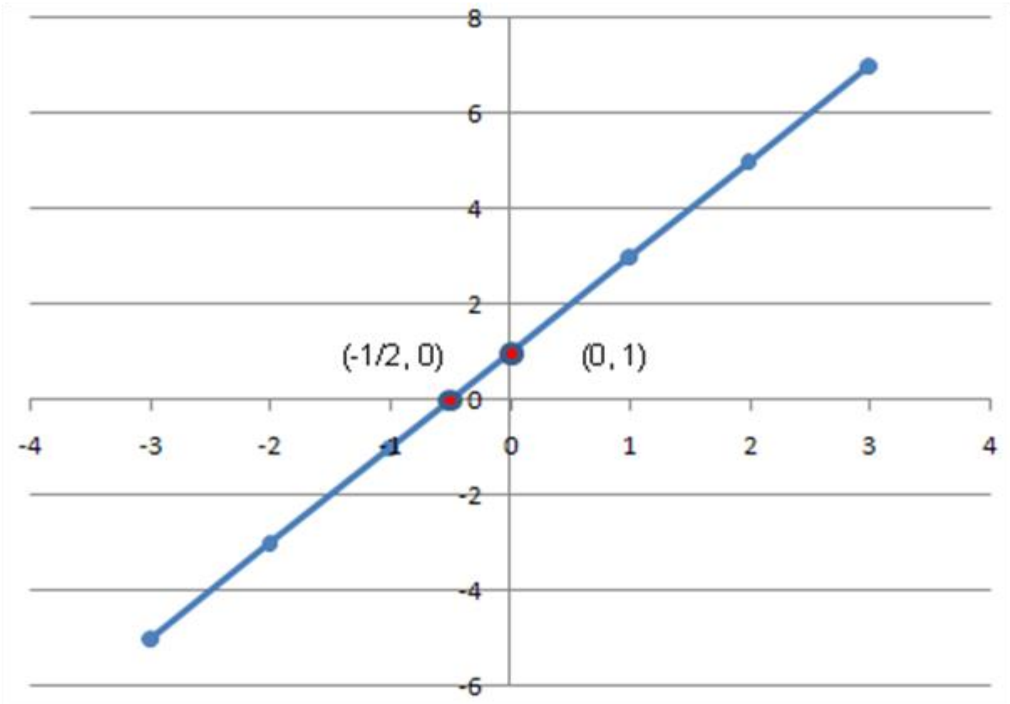
INTERSECCIÓN CON LOS EJES

También se puede graficar una recta ubicando los puntos donde ésta corta a los ejes coordenados.

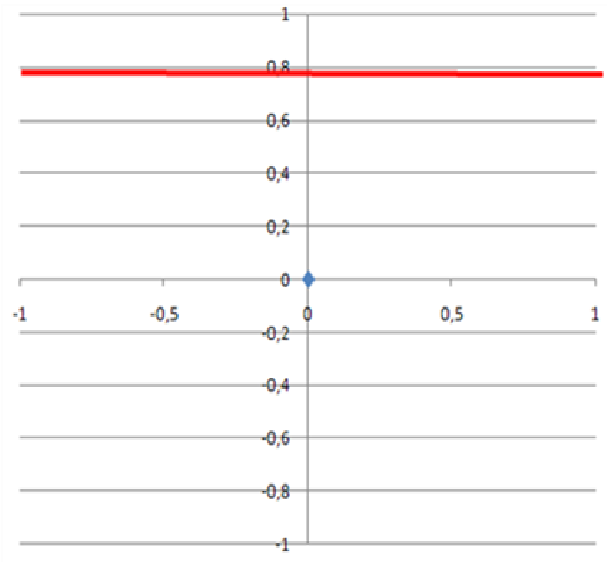
a) Intersección con el eje x: hacemos y = 0 y despejamos x
b) Intersección con el eje y: hacemos x = 0 y despejamos y

Ejemplo:

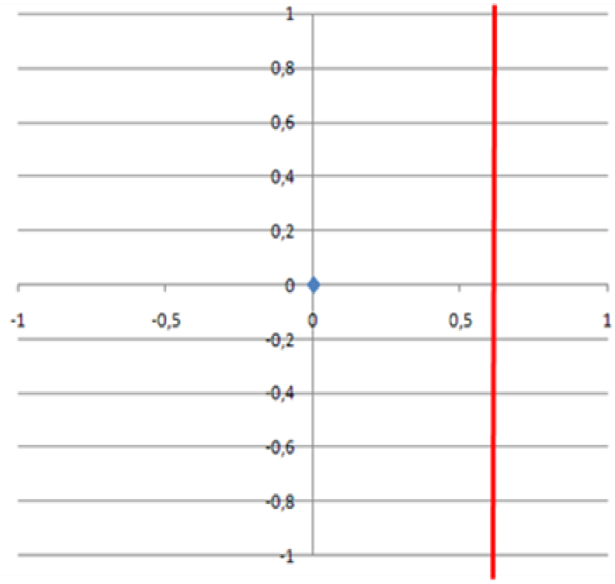
$y = 2x+1$ $x = 0 \Rightarrow y = 1$ $y = 0 \Rightarrow x = -1/2$



CASOS PARTICULARES



y = k

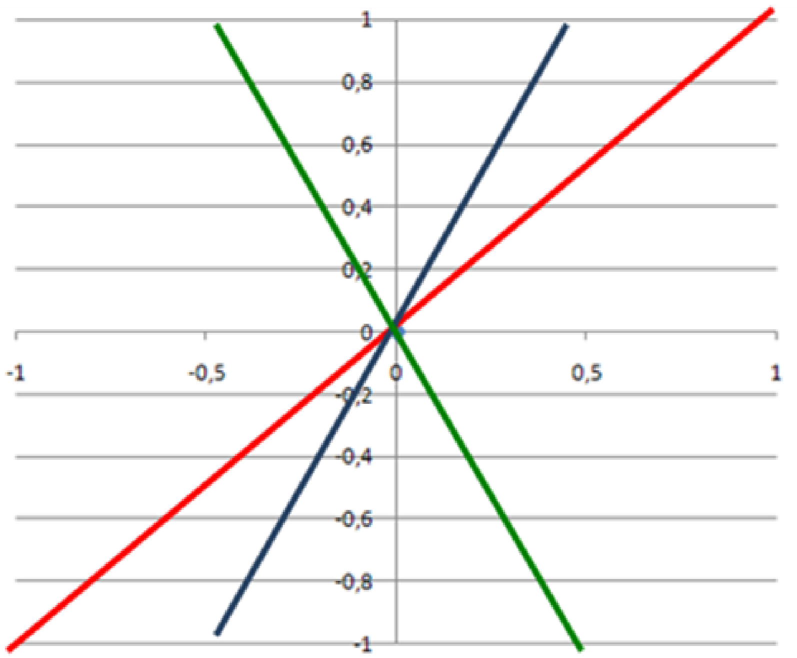


x = k

y = x

y = mx

y = -mx



TRABAJO PRÁCTICO NÚMERO 4
RAZONES Y PROPORCIONES- FUNCIÓN LINEAL

Competencias

Con el desarrollo de las actividades descritas en esta secuencia se pretende que los estudiantes sean capaces de:

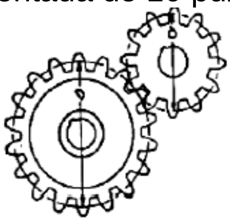
- Resolver problemas aplicando con destreza razones y proporciones.
- Comprender el concepto de función.
- Reconocer y graficar las funciones lineales.

Ejercicio 1: Complete la siguiente tabla.

a	b	a : b
9 (m)	6 (m)	
20 (kg)	8 (kg)	
20 (cm)	0,8 (m)	
500 (g)	1,5 (kg)	
40 (min)	1 (hr)	
0,5 (min)	50 (s)	
0,18 (km)	60 (m)	
4 (cm)	100 (mm)	
8 (kg)	2×10^{6} (mg)	
0,01 (hr)	36 (s)	
4×10^{5} (mg)	2×10^{3} (g)	
3×10^{2} (m)	9×10^{4} (cm)	

Ejercicio 2: De las 18 personas que trabajan en un sector, 11 son varones. ¿Cuál es la razón entre la cantidad de mujeres y la de los varones?

Ejercicio 3: ¿Cuál es la razón entre los diámetros de una rueda dentada de 5 pulgadas de diámetro y otra rueda dentada de 10 pulgadas de diámetro?



Ejercicio 4: Utilizando el concepto de razones trigonométricas encuentre el seno, coseno y tangente de 45º.

Ejercicio 5: Determine si las siguientes parejas de razones, forman una proporción.

a : b	c : d	Respuesta
2 : 6	5 : 15	
8 : 3	4 : 6	
3 : 6	6 : 12	
– 2 : 5	– 4 : 10	
– 3 : 7	6 : – 14	
– 2 : 4	4 : – 8	
4 : – 1	8 : 2	

Ejercicio 6: Escribe el número que falta para que las fracciones formen una proporción:

a) $\frac{10}{5} = \frac{20}{}$ b) $\frac{2}{3} = \frac{}{12}$ c) $\frac{8}{2} = \frac{100}{}$ d) $\frac{6}{} = \frac{12}{10}$ e) $\frac{2}{8} = \frac{8}{}$

Ejercicio 7: Indica si las siguientes magnitudes son directas o inversas.

Magnitud 1	Magnitud 2	Respuesta
Longitud de un alambre	Peso del alambre	
Velocidad de un avión	Tiempo que tarda en hacer un viaje	
Cantidad de combustible	Distancia recorrida	

Ejercicio 8: Resuelve los siguientes problemas.

a) Un obrero fabrica 200 piezas en 5 horas. ¿Cuántas piezas puede fabricar en 48 horas?
b) Un vehículo tiene en carretera un rendimiento de 16 km/l. ¿Cuántos litros de gasoil consumirá en un viaje de 192 Km.?.
c) Un pintor emplea 8 horas en pintar una habitación. ¿Cuánto tiempo emplearán 2 pintores?
d) Un coche de Salta a Pichanal tarda 3 horas a una velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuántas horas tardará a una velocidad de 120 Km. por hora?

Ejercicio 9: Grafique en un mismo sistema de ejes las siguientes funciones lineales

$y=4$; $y=-2$; $y=0$, $y=2x$; $y=-\frac{2}{3}x$; $y=x+2$; $y=-\frac{1}{2}x+3$, $y=-x-2$

y = x; y = 2x – 1; y = -2x – 1; y = ½x – 1; y = ½x – 1

Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.
Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (-3, -2).

Ejercicio 10: En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función a fin que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

Ejercicio 11: Por el alquiler de un coche cobran 100 $ diarios más 0.30 $ por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

Ejercicio 12: Calcula los coeficientes de la función f(x) = ax + b si f(0) = 3 y f(1) = 4.

Ejercicio 13: Representa las siguientes rectas:
2x + 3y = 4; y + 5 = 0; 3x + 2y = 3; 2x + 2y + 1 = 0; x – 2y = 2

Ejercicio 14: Indica cuál es la pendiente de cada una de estas rectas:

y = (2x+1)/2;	3x+4y=1	y = (-3x+1)/2
4x+5y = 2	y = (2x–3)/5	3x+2y = 5

Fin